



OCENJIVANJE PARAMETARA PREMISA TS MODELA ZA NELINEARNE RACIONALNE SISTEME SA POREMEĆAJIMA

Vojislav Filipovic¹, Vladimir Djordjevic²

Rezime: U radu je razmatran problem ocenjivanja parametara premisa (funkcija pripadnosti) Takagi-Sugenovog (TS) modela za nelinearne racionalne sisteme. Fazi logika se ponaša kao univerzalni aproksimator koji nelinearnom sistemu stavlja u korespodenciju konačan skup linearnih modela. Parametri premise dobijaju se primenom klaster analize i Gustafson-Keselovog algoritma. U radu je uveden novi nelinearni racionalni model koji uključuje na delove polinomijalne poremećaje. Ovakav opis poremećaja je pogodan za modelovanje industrijskih procesa.

Ključne riječi: Klaster analiza, Na delove polinomijalni poremećaj, Nelinearni racionalni model, TS model

PREMISES PARAMETER ESTIMATION OF TS MODELS FOR RATIONAL NONLINEAR SYSTEMS WITH DISTURBANCE

Abstract: In paper is considered a problem of premises parameters estimation (set membership functions) of Takagi-Sugeno (TS) model for nonlinear rational systems with disturbances. Fuzzy logic behaves as universal approximator which nonlinear rational systems puts into a finite collection of linear models. Premises parameters are given by using cluster analysis and Gustafson-Kessel algorithm. In the paper is introduced new nonlinear rational model in the presence of piecewise polynomial disturbance. Such description of disturbances is suitable for modeling of industrial processes.

Key words: Cluster analysis, Nonlinear rational model, Piecewise polynomial disturbances, TS model

1 UVOD

Fizički fenomeni na globalnom nivou su nelinearni i njima je, u području automatskog upravljanja, posvećena velika pažnja. U ovom području jedan od pristupa

¹ Prof. dr Vojislav Filipovic, Univerzitet u Kragujevcu, Fakultet za mašinstvo i građevinarstvo u Kraljevu, Srbija, v.filipovic@mts.rs

² Dipl. maš. inž. Vladimir Djordjevic, Univerzitet u Kragujevcu, Fakultet za mašinstvo i građevinarstvo u Kraljevu, Srbija, djordjevic.v@mfkv.kg.ac.rs (CA)

je primena funkcije Ljapunova za analizu i sintezu nelinearnih sistema [1-3]. Drugi prilaz je zasnovan na primeni diferencijalne geometrije. U ovoj teoriji je vrlo važan princip linearizacije povratnom spregom. Tako se postupak projektovanja regulatora prenosi u linearni domen u kojem postoji niz vrlo efikasnih metoda projektovanja. U monografiji [4] predložen je novi tip povratne sprege (regulator sa hodom unazad). Ovaj tip regulatora superiorniji je u odnosu na regulatore zasnovane na linearizaciji povratnom spregom jer zadržava neke korisne nelinearnosti.

U ovom radu razmatraju se problem vezani za primenu fazi logike u projektovanju regulatora za nelinearne sisteme. Fazi logika omogućava proizvoljno tačnu aproksimaciju nelinearnog fenomena konačnom kolekcijom linearnih fenomena [5]. Za dobijanje fazi modela koriste se dvostepena procedura: (i) klaster analiza koja omogućava određivanje broja fazi pravila i funkcija pripadnosti i (ii) rekurzivna identifikacija zaključaka fazi pravila. U ovom radu se razmatra problem (i) u kojem se primenjuje Gustafson-Keselov algoritma [6] za klaster analizu.

Ključni doprinos rada je model nelinearnog racionalnog sistema. Uveden je na delove polinomijalni poremećaj koji dobro opisuje poremećaje industrijskih procesa [7]. Umesto polinoma mogu se koristiti splajnovi. U području linearnih sistema primenom Šenon-Kulebakinovih operatora omogućena je sinteza regulatora kao u slučaju da poremećaj ne postoji. Takođe se uvodi observer poremećaja i primenom unutrašnjeg principa modela [8] ocena poremećaja se uvodi u regulator što značajno poboljšava njegove performanse. Takva koncepcija može se primeniti na Takagi-Sugenove modele [8]. Primena strategije podešavanja polova sistema sa povratnom spregom primenjena je na Takagi-Sugenov model u [9].

Simulacije na računaru ilustruju dobijanje parametara premise.

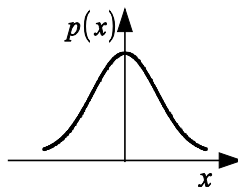
2 NELINEARNI RACIONALNI MODEL I MODELOVANJE POREMEĆAJA

Nelinearni racionalni modeli predstavljaju najopštiju formu nelinearnih sistema. U primenama je često prisutan NARMAX model [10]. To je linearan po parametrima i nelinearan po merenjima model. Racionalni modeli su nelinearni i po parametrima i po merenjima. Brojni su primeri primene na primer u industriji [11] i u biologiji [12]. Identifikaciji nelinearnih sistema posvećena je brojna literatura [13, 14]. U ovom radu korišćemo sledeći model

$$y(k) = \frac{a[y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)]}{b[y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)]} + e(k), \quad (1)$$

pri čemu je $y(k)$ mereni izlazni signal, $u(k)$ je ulaz nelinearnog sistema i $e(k)$ je poremećaj. Posebno je važan problem modelovanja poremećaja $e(\cdot)$ u modelu (1).

Vrlo često se poremećaji modeluju kao stohastički procesi [15]. Najčešće se pretpostavlja da poremećaj ima Gausovu raspodelu kao na slici 1.

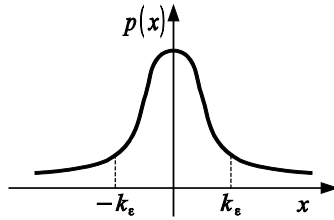


Slika 1. Gausova gustina verovatnoće poremećaja

U praksi, međutim, retko postoji čista normalna raspodela. Istraživanja su pokazala da u industrijskim procesima postoje i impulsni poremećaji. U tom slučaju gustina verovatnoće je negausova i ima sledeći oblik

$$p(e) = \begin{cases} \frac{1-\alpha}{\sqrt{2\pi}\sigma_N} \exp\left\{-\frac{e^2}{2\sigma_N^2}\right\}, & |e| \leq k_\varepsilon \\ \frac{1-\alpha}{\sqrt{2\pi}\sigma_N} \exp\left\{-\frac{k_\varepsilon}{\sigma_N^2}\left(|e| - \frac{k_\varepsilon}{2}\right)\right\}, & |e| > k_\varepsilon \end{cases} \quad (2)$$

Grafička predstava ove gustine verovatnoće je kao na sledećoj slici.



Slika 2. Negausova gustina verovatnoće poremećaja

U području identifikacije takav slučaj je razmatran u [16].

Često se uvodi pretpostavka da je poremećaj uniformno ograničena veličina

$$|e(k)| \leq k_d, \quad k_d \in (0, \infty). \quad (3)$$

U ovoj oblasti razvijena je posebna tehnika: tehnika invarijantnih elipsoida. Metodologija je primenjena u referenci [17].

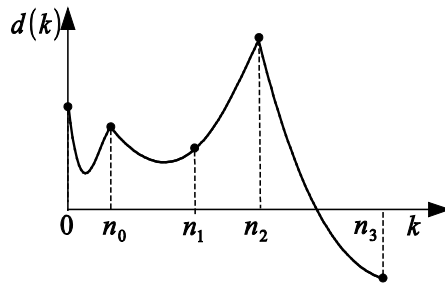
U ovom radu se razmatra na delove polinomijalni poremećaj koga ćemo označavati sa $d(k)$ i čija je analitička forma data sledećom relacijom

$$d(k) = \begin{cases} d_0(k) = d_0 + d_0^1 k + d_0^2 k^2 + \dots + d_0^{m_0} k^{m_0}, & 0 \leq k < n_0 \\ d_1(k) = d_1 + d_1^1 k + d_1^2 k^2 + \dots + d_1^{m_1} k^{m_1}, & n_0 \leq k < n_1 \\ \vdots & \vdots \\ d_p(k) = d_p + d_p^1 k + d_p^2 k^2 + \dots + d_p^{m_p} k^{m_p}, & n_{p-1} \leq k < n_p \\ \vdots & \vdots \end{cases} \quad (4)$$

Na slici 3 je prikazan na delove kvadratni signal.

Opis sistema koji razmatramo u ovom radu ima formu

$$y(k) = \frac{a[y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)]}{b[y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)]} + d(k), \quad (5)$$



Slika 3. Negausova gustina verovatnoće poremećaja

3 ODREĐIVANJE PARAMETARA PREMISE

Opšta forma Takagi-Sugenovog modela je

$$R_i : \text{IF } \mathbf{x} \text{ IS } A_i(\mathbf{x}) \text{ THEN } (Reg.model)_i \quad i = 1, \dots, c. \quad (6)$$

U relaciji (6) $A_i(\mathbf{x})$ je multivarijabilna funkcija pripadnosti, $(Reg.model)_i$ može biti proizvoljan regresioni model (na primer FIR, ARX, ARMAX i slično) a c je broj klastera (broj fazi pravila). Ako se pretpostavi da premisa zavisi samo od veličina $y(\cdot)$ relacija (6) dobija oblik

$$R_i : \text{IF } y(k-1) \text{ IS } A_{i,1}(y(k-1)) \text{ AND } y(k-2) \text{ IS } A_{i,2}(y(k-2)) \text{ AND } \dots \\ \text{AND } y(k-n) \text{ IS } A_{i,n}(y(k-n)) \text{ THEN } (Reg.model)_i \quad (7)$$

Uvedimo veličinu stepena ispunjenosti fazi pravila

$$\beta_i(y(k-1), \dots, y(k-n)) = \prod_{j=1}^n A_{i,j}(y(k-j)). \quad (8)$$

Izlaz Takagi-Sugeno model je

$$y(k) = \frac{\sum_{i=1}^c \beta_i(y(k-1), \dots, y(k-n)) (Reg.model)_i}{\sum_{i=1}^c \beta_i(y(k-1), \dots, y(k-n))}. \quad (9)$$

Napomenimo da relacija (7) opisuje individualni podsistem u Takagi-Sugenovom modelu. Uočimo da u relaciji (7) premisa može da zavisi od $u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-m)$ veličina. Za model (7) matrica podataka je [18]

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} y_1(k-1) & \cdots & y_N(k-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1(k-n) & \cdots & y_N(k-n) \\ y_1(k) & \cdots & y_N(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z} \in R^{(n+1) \times N}. \quad (10)$$

Svaka opservacija je

$$\mathbf{z}(p) = [y_p(k-1) \quad \dots \quad y_p(k-n) \quad y_p(k)]^T, \quad p=1,2,\dots,N, \quad \mathbf{z}(p) \in \mathbb{R}^{n+1}. \quad (11)$$

Matrica fazi particije je

$$\mathbf{U} = [\mu_{i,p}]_{c \times N}, \quad (12)$$

pri čemu $\mu_{i,p}$ predstavlja stepen pripadnosti opservacija $\mathbf{z}(p)$ na klasteru (i) . Dalje se primenjuje Gustafson-Keselov algoritam čiji pseudo-kod dat u sledećoj tabeli.

Table 1. *Gustafson-Keselov algoritam*

<i>Gustafson-Keselov algoritam</i>
Ulazi algoritma su: matrica podataka $\mathbf{Z}$, broj klastera c , težinski eksponent m , zapremine klastera ρ_i
Inicijalizuje se matrica fazi particija $\mathbf{U}^{(0)}$
Do for $l=1,2,\dots$
Korak 1: Računanje centara klastera
$\mathbf{v}^{(l)}(i) = \frac{\sum_{p=1}^N (\mu_{i,p}^{(l-1)})^m \mathbf{z}(p)}{\sum_{p=1}^N (\mu_{i,p}^{(l-1)})^m}, i=1,2,\dots,c$
Korak 2: Računanje fazi kovariacionih matrica klastera
$\mathbf{F}_i = \frac{\sum_{p=1}^N (\mu_{i,p}^{(l-1)})^m (\mathbf{z}(p) - \mathbf{v}^{(l)}(i)) (\mathbf{z}(p) - \mathbf{v}^{(l)}(i))^T}{\sum_{p=1}^N (\mu_{i,p}^{(l-1)})^m}, \quad i=1,2,\dots,c$
Korak 3: Računanje udaljenosti podataka od centra klastera
$\mathbf{A}_i = [\rho_i \det(\mathbf{F}_i)]^{\frac{1}{n}} \mathbf{F}_i^{-1}$
$d_M^2(\mathbf{z}(p), \mathbf{v}^{(l)}(i)) = (\mathbf{z}(p) - \mathbf{v}^{(l)}(i))^T \mathbf{A}_i (\mathbf{z}(p) - \mathbf{v}^{(l)}(i)), \quad i=1,2,\dots,c, \quad p=1,2,\dots,N$
Korak 4: Ažuriranje matrice fazi particija
For $i=1,2,\dots,c$ and $k=1,2,\dots,N$
If $d_M(\mathbf{z}(p), \mathbf{v}^{(l)}(i)) > 0$
$\mu_{i,p}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d_M^2(\mathbf{z}(p), \mathbf{v}^{(l)}(i))}{d_M^2(\mathbf{z}(p), \mathbf{v}^{(l)}(j))} \right)^{\frac{1}{m-1}}}$
Else
$\mu_{i,p}^{(l)} = 0 \text{ and } \sum_{i=1}^c \mu_{i,p}^{(l)} = 1$
Until $\max(\max \mathbf{U}^{(l)} - \mathbf{U}^{(l-1)}) < \varepsilon$

Nakon izvršavanja Gustafson-Keselovog algoritma kao izlazi dobijaju se matrica fazi particije $\mathbf{U}$, matrica centara klastera $\mathbf{V}$ kao i skup od c fazi kovariacionih matrica $\mathbf{F}_i$. Matricom $\mathbf{V}$ definisani su položaji centara dobijenih klastera, dok je kovariacionim matricama definisana geometrija klastera.

Na osnovu izlaza Gustafson-Keselovog algoritma mogu se odrediti parametri premisa Takagi-Sugenovog modela. Zbog jednostavnosti pretpostavljeno je da su funkcije pripadnosti Gausove

$$A_{i,j}(z_j(p)) = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z_j(p) - v_j(i))^2}{\sigma_{i,j}^2}\right), \quad i=1, \dots, c, \quad j=1, \dots, n, \quad (13)$$

koje su definisane preko položaja centra i varijanse. Položaji centara su elementi matrice $\mathbf{V}$. Varijanse funkcija pripadnosti određuju se pomoću sledećeg izraza

$$\sigma_{i,j}^2 = \frac{\sum_{p=1}^N \mu_{i,p} (z_j(p) - v_j(i))^2}{\sum_{p=1}^N \mu_{i,p}}. \quad (14)$$

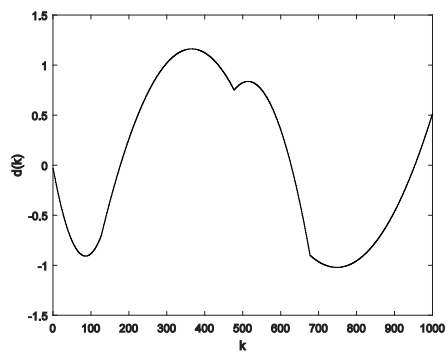
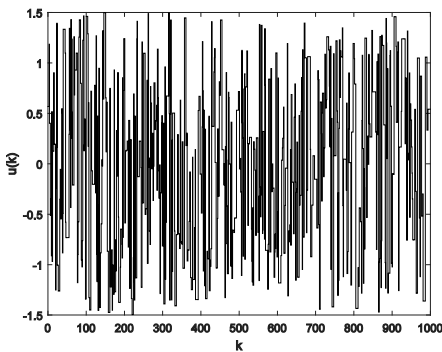
Kada se odrede svi parametri funkcija pripadnosti premisa Takagi-Sugenovog modela je potpuno definisana i može se pristupiti ocenjivanju parametara zaključaka.

4 SIMULACIJE

Posmatra se nelinearni sistem drugog reda

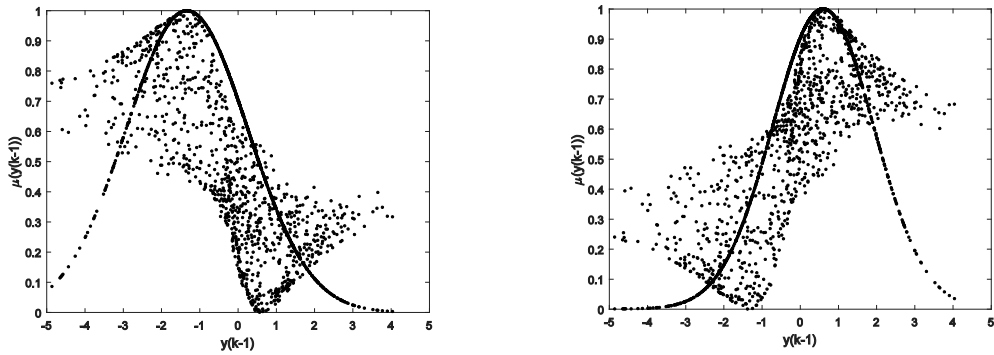
$$y(k) = \frac{y(k-1)y(k-2)[y(k-1)-0.5]}{1+y^2(k-1)+y^2(k-2)} + u(k) + d(k). \quad (15)$$

Sistem je pobuđen amplitudno-modulisanim PRBS signalom dok je promećaj na delove kvadratni signal.

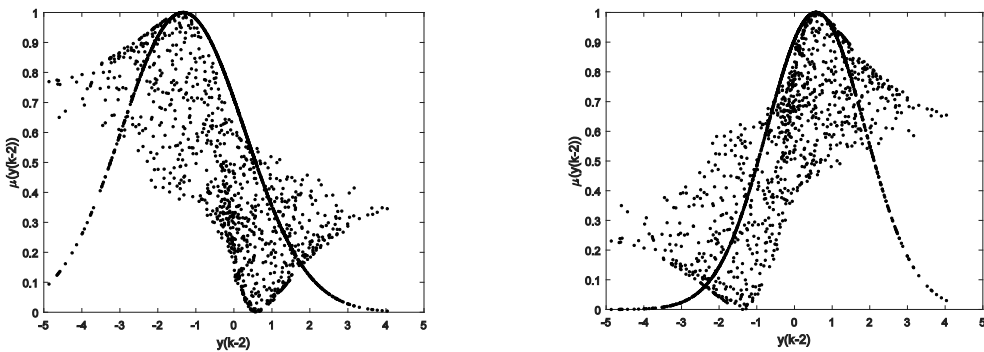


Slika 4. Amplitudno-modulisani PRBS (levo), na delove kvadratni signal (desno)

Ulaz Takagi-Sugeno modela je $\mathbf{x} = [y(k-1), y(k-2)]$ i on se deli u dva klastera. Na sledećim slikam prikazani su dobijeni klasteri i procenjene funkcije pripadnosti.



Slika 5. Uporedni prikaz dobijenih klastera i procenjenih funkcija pripadnosti za $y(k-1)$



Slika 6. Uporedni prikaz dobijenih klastera i procenjenih funkcija pripadnosti za $y(k-2)$

5 ZAKLJUČCI

U radu je izložen postupak za određivanje parametara premisa (funkcija pripadnosti) za Takagi-Sugoneov model koji predstavlja aproksimaciju nelinearnog racionalnog modela. Pretpostavlja se da je poremećaj na delove polinomijalna funkcija. Rezultati ovog reda mogu se koristiti za drugi stepen fazi identifikacije a to je rekursivno ocenjivanje parametara zaključka.

ZAHVALNOST

Ovaj rad urađen je kao deo projekta TR 33026 koji je finansiran od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije.

NOMENKLATURA

$A_{i,j}$	funkcija pripadnosti j -te veličine i -tom pravilu
c	broj fazi pravila (klastera)
$d(k)$	na delove polinomijalni poremećaj
$e(k)$	poremećaj

F_i fazi kovariaciona matrica i-tog klastera

N broj opservacija

$u(k)$ ulazni signal

U matrica fazi particija

V matrica centara klastera

$y(k)$ mereni izlazni signal

Z matrica podataka

Grčki alfabet

β_i stepen ispunjenosti i -tog fazi pravila

$\mu_{i,p}$ stepen pripadnosti opservacije $z(p)$ klasteru i

LITERATURA

- [1] Khalili, H. (1996). Nonlinear systems, Prentice-Hall, New Jersey.
- [2] Isidori, A. (1995). Nonlinear control systems, Springer, Berlin.
- [3] Isidori, A. (1999). Nonlinear control systems II, Springer, Berlin.
- [4] Krstic, M., Kanallakopoulos, I., Kokotovic, P. (1995). Nonlinear and adaptive control design, Wiley, New York.
- [5] Kosko, B. (1992). Fuzzy system is universal approximators, Proc. IEEE. Int. Conf. Fuzzy System, pp. 1153-1102, San Diego, USA.
- [6] Gustafson, E. Kessel, W. (1978). Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix, IEEE Conference of Decision and Control including 17th Symposium on Adaptive Processes, Vol. 17, pp. 761-766.
- [7] Filipovic, V. (2016). Industrijski regulatori, Univerzitet u Kragujevcu, Kraljevo.
- [8] Filipovic, V., Djordjevic, V. (2019) Application of Kaczmarz algorithm in fuzzy system identification, to be published.
- [9] Filipovic, V. Djordjevic, V. (2018), Design of intelligent controller for CSTR, to be published.
- [10] Giri, F., Bai, E. W. (2010). Block-oriented nonlinear system identification, Springer, Berlin.
- [11] Bates, D. M., Watts, D.G. (1988). Nonlinear regression analysis and applications, Wiley, New York.
- [12] Klipp, E., Herwig, R., Kowald, A., Wierling, C., Lehrach, H. (2005). System biology in practice, Wiley, New York.
- [13] Nelles, O. (2001). Nonlinear system identification, Springer, Berlin.
- [14] Billings, S. A. (2013). Nonlinear system identification, Wiley, New York.
- [15] Ljung, L. (1999). System identification. Theory for the user, Prentice-Hall, New Jersey.
- [16] Filipovic, V. (2017). Outlier robust stochastic approximation algorithm for identification of MIMO Hammerstein models, Nonlinear Dynamics 90, pp. 1427-1441.
- [17] Filipovic, V., Debeljkovic, D., Matijevic, M., Djordjevic, V. (2018). Heat exchanger regulation based on method of invariant ellipsoids, Journal of Mechanical Engineering & Modern Technology, Vol. 1, Issue 1, pp. 9-17.
- [18] Abonyi, J., Babuska, R. Szeifert, F. (2002). Modified Gath-Geva fuzzy clustering for identification of Takagi-Sugeno fuzzy models, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics – Part B: Cybernetics, Vol. 32 (5), pp. 612-621.